

स्पीयरमैन की कोटि अन्तर विधि
(Spearman's Rank Difference Method)

सह-सम्बन्ध निकालने की यह विधि बहुत सरल है। इस विधि का प्रतिपादन प्रो० चार्ल्स स्पीयरमैन ने किया था। इस विधि से सह-सम्बन्ध गुणांक निकालने के लिए दोनों श्रेणियों के पद मूल्यों की जानकारी अनिवार्य नहीं होती। यह पद-मूल्यों के क्रमों पर आधारित है। केवल पद-मूल्यों के क्रम ज्ञात हों तो उनके बीच सह-सम्बन्ध गुणांक की गणना इस विधि से की जा सकती है।

इस विधि का उपयोग मुख्यतः वैसी परिस्थितियों में करना चाहिए जब दिये गये तथ्यों का प्रत्यक्ष संख्यात्मक मापना तो सम्भव नहीं हो किन्तु उसको क्रमानुसार रखा जा सकता है। उदाहरणार्थ दया, सुन्दरता, बुद्धिमत्ता आदि ऐसे गुणात्मक व भावात्मक तथ्य हैं जिनको निश्चित माप प्रदान नहीं किया जा सकता। इनको मापना कठिन है। ऐसी स्थिति में अगर किसी श्रेणी की विभिन्न इकाइयों में दया की मात्रा मापनी हो तो इकाइयों में उपस्थित दया भाव के अनुसार उन्हें एक निश्चित क्रम में व्यवस्थित किया जा सकता है। अर्थात् सबसे अधिक दयालु, उसके कम, इस प्रकार अंत में सबसे कम दयालु इकाई को रखा जायेगा।

इस विधि के अन्तर्गत सह-सम्बन्ध गुणांक निकालने के लिए निम्नलिखित प्रक्रियाओं को सम्पन्न किया जाता है :

1. सर्वप्रथम दोनों श्रेणियों के दिये गये मूल्यों के लिए रैंक निर्धारित करते हैं जिसे क्रमशः R_x तथा R_y से व्यक्त करते हैं। रैंक निर्धारित करते समय बड़े मूल्यों को रैंक 1, उससे छोटे को 2, उससे छोटे को 2, उससे छोटे को 3 और इसी प्रकार सबसे छोटे मूल्यों को सबसे नीचे रैंक प्रदान किया जाता है। रैंक देने का कार्य सबसे छोटी इकाई से भी प्रारम्भ किया जा सकता है। ऐसी स्थिति में सबसे छोटी इकाई को सर्वाधिक रैंक दिया जायेगा।

2. प्रथम श्रेणी के रैंक (R_x) में से तत्संबंधी दूसरी श्रेणी के रैंक (R_y) को घटाकर रैंक अन्तर व कोटि अन्तर प्राप्त किया जाता है। इसे (D) से व्यक्त किया जाता है।

3. कोटि अन्तरों (D) का वर्ग करके वर्गों का योग ($\sum D^2$) प्राप्त कर लिया जाता है।

4. अन्त में निम्न सूत्र का उपयोग कर सह-सम्बन्ध ज्ञात कर लिया जाता है :

$$P = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2 - 1)}$$

यहाँ : P (rho) = सह-सम्बन्ध गुणांक

n = पद युग्मों की संख्या

1 तथा 6 = स्थिरांक

उदाहरण-2

Calculate Rank Correlation from the following data :

X : 115 130 120 140 124 135

Y : 130 120 115 127 200 125

हल :

Rank Correlation

X	R _x	Y	R _y	R _x -R _y =D	D ²
115	6	130	2	4	16
130	3	120	5	-2	4
120	5	115	6	-1	1
140	1	127	3	-2	4
124	4	200	1	3	9
135	2	125	4	-2	4
				$\Sigma D = 0$	$\Sigma D^2 = 38$

$$\begin{aligned}
 P &= 1 - \frac{6\Sigma D^2}{n(n^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{6 \times 38}{6(6^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{228}{6 \times 35} \text{ or } 1 - \frac{228}{210} \\
 &= 1 - 1.068 \\
 &= -0.086 \text{ or } -0.1
 \end{aligned}$$

अतः X और Y के बीच निम्नलिखित ऋणात्मक सह-सम्बन्ध है ।

स्पीयरमैन की कोटि अन्तर विधि से सह-सम्बन्ध ज्ञात करते समय कभी-कभी अनेक पद समान मूल्य के आ जाते हैं । ऐसी स्थिति में क्रम निर्धारण का कार्य थोड़ा कठिन हो जाता है । ऐसी स्थिति में सभी समान मूल्य वाले पदों को समान क्रम प्रदान किये जाते हैं । उदाहरण के लिए अगर किसी श्रेणी के प्रथम पद का मूल्य 60 और दूसरे का मूल्य 40 है तथा तीसरे एवं चौथे दोनों का मूल्य 35 है

तो पहले पद के लिए रैंक 1, दूसरे पद के लिए रैंक 2 और तीसरे तथा चौथे समान मूल्य वाले पदों के लिए $\frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$ रैंक प्रदान किया जायेगा । इस क्रिया को औसत क्रम (Average Rank) भी कहा जाता है । तत्पश्चात् पहली विधि के ही समान रैंक अन्तर (D) तथा (D²) को प्रदान किया जायेगा । अन्त में निम्न सूत्र का प्रयोग किया जायेगा :

$$P = 1 - \frac{6 \left[\Sigma D^2 + \frac{1}{12} (m^3 - m) + \frac{1}{12} (m^3 - m) \right]}{n(n^2 - 1)}$$

उदाहरण-3

Calculate Rank Correlation from the following :

X :	79	37	38	38	37
Y :	30	63	52	45	50

Calculation of Rank Correlation

X	R _x	Y	R _y	R _x -R _y =D	D ²
79	1	30	5	-4	16
37	4.5	63	1	3.5	12.25
38	2.5	52	2	0.5	25
38	2.5	45	4	-1.5	2.25
37	4.5	50	3	1.5	2.25
				0	33.0

$$(i) \quad 38 \text{ के लिए रैंक} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$(ii) \quad 37 \text{ के लिए रैंक} = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$P = 1 - \frac{6 \left[D^2 + \frac{1}{12}(m^3 - m) + \frac{1}{12}(m^3 - m) \right]}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \left[33 + \frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(2^3 - 2) \right]}{5(5^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \left[33 + \frac{1}{12} \times 6 + \frac{1}{12} \times 6 \right]}{5 \times 24}$$

$$= 1 - \frac{6 \left[33 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right]}{120}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 34}{120}$$

$$= 1 - \frac{204}{120}$$

$$= 1 - 1.7$$

$$= -0.7$$

अतः X तथा Y के बीच ऋणात्मक मध्यस्तरीय सह-सम्बन्ध है । ०

उदाहरण-4

Calculate Spearman's Rank correlation coefficient from the following data :

X :	42	48	35	50	50	57	45	40	50	39
Y :	90	110	95	95	95	120	115	128	130	

हल :

Rank Correlation

X	R _x	Y	R _y	R _x -R _y =D	D ²
42	7	90	10	-3	9
48	5	110	6	-1	1
35	10	95	8	2	4
50	3	95	8	2	25
50	3	95	8	-5	25
57	1	120	3	-2	4
45	6	115	5	1	1
40	8	128	2	6	36
50	3	116	4	-1	1
39	9	130	1	8	64
				ΣD = 0	ΣD ² = 170

$$(i) 50 \text{ का रैंक} = \frac{2+3+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$(ii) 95 \text{ का रैंक} = \frac{7+8+9}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$P = 1 - \frac{\left[\Sigma D^2 + \frac{1}{12}(m^3 - m) + \frac{1}{12}(m^3 - m) \right]}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \left[170 + \frac{1}{12}(3^3 - 3) + \frac{1}{12}(3^3 - 3) \right]}{10(10^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \left[170 + \frac{1}{12} \times 24 + \frac{1}{12} \times 24 \right]}{10 \times 99}$$

$$= 1 - \frac{6[170 + 2 + 2]}{990} = 1 - \frac{6 \times 174}{990}$$

$$= 1 - \frac{1044}{990}$$

$$= 1 - 1.05$$

$$= -0.05$$

अतः X और Y के बीच ऋणात्मक निम्नस्तरीय सह-सम्बन्ध है ।

गुण एवं दोष (Merits and Demerits)–कोटि अन्तर विधि से सह-सम्बन्ध गुणांक की गणना क्रिया सरल है । वर्गीकृत श्रेणियों में इसका उपयोग सम्बन्ध नहीं होता । पदों की संख्या बढ़ने पर इसकी गणना क्रिया जटिल हो जाती है । इसमें कार्ल पियर्सन विधि के समान शुद्धता नहीं होती किन्तु भावात्मक व गुणात्मक तथ्यों के बीच सह-संबंध गुणांक अध्ययन की यही उपयुक्त विधि है ।

आदर्श प्रश्न

(Model Question)

1. Calculate Product Moment correlation coefficient from the data given below :

X :	10	6	9	10	12	13	11	9
Y :	9	4	6	9	11	13	8	4

2. Given : Total of the multiplication of deviations of X and Y series = 3044

Number of pairs of observations = 10

Total of the deviations of X series = -170

Total of the deviations of Y series = -20

Total of the Squares of deviations of X series = 8288

Total of the Square of deviations of Y series = 2264

Find out the coefficient when the arbitrary means of X series and Y series are 82 and 68 respectively.

3. निम्नलिखित समकों से कोटि अन्तर विधि द्वारा सह-सम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिये ।

X :	78	79	97	69	59	79	68	57
Y :	125	137	156	112	107	136	123	108

4. निम्न समकों के आधार पर X तथा Y के बीच स्पीयरमैन का कोटि अन्तर सह-सम्बन्ध गुणांक ज्ञात करें :

X :	30	40	30	50	30	60	65	70
Y :	50	70	45	45	45	40	60	20

5. गुणन-परिघात सह-सम्बन्ध गुणांक ज्ञात करें ।

ऊँचाई इंच में :	3	4	6	7	10
वजन ग्राम में :	10	15	20	15	30

6. Two members of a selection committee ranked 10 students from the Institute of Correspondence Course in a selection test as under :-

Students :	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
I Member:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
II Members:	2	4	1	6	7	3	9	5	10	8

Calculate the correlation coefficient between the two rankigs.